A háromszög középvonala, a trapéz

1. Az ABC háromszögben E, M és F az (AB), (BC) és (CA) oldalak felezőpontjai, $AM \cap EF = \{N\}$. Igazoljuk, hogy $[AM] \equiv [BC] \Leftrightarrow BN \perp NC$

2. Az ABCD trapézban $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 90^\circ$, $(AB) \equiv (BC)$, $m(\hat{B}) = 60^\circ$, $AC \cap BD = \{O\}$, $AD \cap BC = \{E\}$. Igazoljuk, hogy:
   a) $DCA\measuredangle \equiv ACB\measuredangle$ b) $DO/OB = 1/2$ c) O az $EAB\Delta$ súlypontja

3. Az ABC hegyesszögű háromszög AB és AC oldalaira – a háromszögön kívül – megszerkesztjük az O_1 és O_2 középpontú ABMN és ACEF négyzeteket. Legyen O a (BC) felezőpontja. Bizonyítsuk be, hogy:
   a) $FB = NC$ b) $FB \perp NC$ c) OO_1O_2 egyenlő szárú és derékszögű háromszög

4. Az ABCD konvex négyszögben E és F a (BC) és (AD) oldalak felezőpontjai. Mutassuk ki, hogy $EF \leq \frac{AB+CD}{2}$!

5. Az ABC háromszög (BC) oldalának egy tetszőleges M pontjából meghúzzuk az $ME \parallel AC$ és $MF \parallel AB$ egyeneseket, ahol $E \in (AB)$ és $F \in (AC)$. Legyen $EN \parallel AM \parallel FP$, ahol $N, P \in (BC)$. Bizonyítsuk, be, hogy:
   a) $MN = MP$ b) $AM = EN + FP$

6. Az ABC háromszögben $m(\hat{A}) = 90^\circ$, O a (BC) felezőpontja. Húzzunk az A ponton keresztül az AO-ra egy merőleges d egyenest. Legyen $BB' \perp d$, $CC' \perp d$; $B', C' \in d$. Bizonyítsuk be, hogy:
   a) $BB' + CC' = BC$ b) $T_{BCC'B'} = 2T_{ABC}$

7. Adott az ABCD paralelogramma és egy rajta kívül fekvő d egyenes. Igazoljuk, hogy a paralelogramma két szemközti csúcsának a d egyenestől való távolságainak összege egyenlő a másik két csúcs d egyenestől való távolságainak összegével.

8. Egy trapéz nagyalapja n-szerese a kisalapnak.
   a) Igazoljuk, hogy a trapéz középvonala által meghatározott két négyszög területének aránya $\frac{n+3}{3n+1}$
   b) Milyen n értékre lesz a területek aránya $\frac{1}{2}$?

9. Az ABC háromszög oldalaira, a háromszögön kívül, megszerkesztjük a B-ben és C-ben derékszögű ABE és ACF egyenlő szárú háromszögeket, a (BC, A félsíkban pedig az O-ban derékszögű OBC egyenlő szárú háromszöget. Legyenek M és R az (AE) és (AF) szakaszok felezőpontjai. Bizonyítsuk be, hogy:
   a) az E, O, F pontok kollineárisak
   b) $EO = OF$
   c) az AMOR négyszög paralelogramma

10. Az ABCD trapézban az ~~(AB kisalap)~~ $AB = b$ és $CD = 3b$, $AB \parallel CD$. Ha M, P, R, L ~~felező~~ az (AC), (BD), (CP) és (MD) szakaszok felezőpontjai, $AC \cap BD = \{O\}$, mutassuk ki, hogy: a) $AP \parallel MB$, b) $OR \parallel BC$
    d) A, P, L kollineáris pontok

11. Az ABC háromszögben legyen M az (AB) oldal pontja úgy, hogy $AM = \frac{AB}{3}$, N az A-ból húzott oldalfelező felezőpontja. Mutassuk ki, hogy M, N, C kollineáris pontok.

Házi feladatnak felhagyott feladatok: 1, 2, 4, 7, 8, 11.

Összeállította:
Varga-Nagy Anna